



Les apprentissages arithmétiques

Cycle 1

Michel Fayol Professeur émérite
Université Clermont Auvergne

Des références

- <http://www.cnesco.fr/fr/numeration/ressources-de-formation/>
- Conférence de consensus : recommandations du jury ;
- Conférence de consensus : synthèses et documents d'accompagnement ;
- Nouveaux programmes ;
- Michel Fayol (2018) *L'acquisition du nombre.* QSJ

Deux thèmes

- Quels gestes professionnels privilégier dès la maternelle et tout au long du cycle 2 pour aider l'élève à construire la notion de nombre ?
- Quelles pratiques mettre en œuvre dès la maternelle pour enseigner la résolution de problèmes ?

Des données récurrentes

- Comparaisons internationales : très importantes différences et **inégalités** ; entre et dans les différents pays ; grande diversité des trajectoires ;
- **Précocité** des inégalités : importance du milieu socio-culturel et de la préscolarisation ; caractère prédictif?
- Recherches : laissent **espérer des améliorations** si interventions **précoces** ; sur quoi? comment prédire les performances ultérieures?
- Problème de la **conception des curricula** ; que faire? Quand? Pour quels objectifs?

Des objectifs

- **Permettre la réussite pour tous** ; individualiser ; gérer les interventions pour assurer les apprentissages :
 - **Prévenir** les échecs (mais non les obstacles) et l'anxiété : à travers les **curricula** ; **démarches adaptées et diversifiées** ; **dispositifs** divers avec indications précisées ;
 - **Traiter en temps réel** les difficultés : aider les élèves à les surmonter ; connaissance des modalités d'apprentissage ; diversité des élèves ; **formation des enseignants** ;
 - **Remédier** si les difficultés ne sont pas surmontées par les interventions pédagogiques en première intention ;

Mathematics Learned by Young Children in an Intervention Based on Learning Trajectories: A Large-Scale Cluster Randomized Trial

Douglas H. Clements, Julie Sarama, Mary Elaine Spitler,
Alissa A. Lange, and Christopher B. Wolfe
University at Buffalo, State University of New York

American Educational Research Journal

<http://aerj.aera.net>

Experimental Evaluation of the Effects of a Research-Based Preschool Mathematics Curriculum

American Educational Research Journal
August 2013, Vol. 50, No. 4, pp. 812–831
DOI: 10.3102/0002831207312908
© 2012 AERA. <http://aerj.aera.net>

Douglas H. Clements and Julie Sarama
Am Educ Res J 2008; 45; 443 originally published online Apr 8, 2008;
DOI: 10.3102/0002831207312908

Longitudinal Evaluation of a Scale-Up Model for Teaching Mathematics With Trajectories and Technologies: Persistence of Effects in the Third Year

Douglas H. Clements
Julie Sarama
University of Denver
Christopher B. Wolfe
Indiana University-Kokomo
Mary Elaine Spitler
University of Buffalo, SUNY
Poitiers Fayol 2019

Des sources diverses de difficulté

- Les enfants et les élèves éprouvent souvent des **difficultés** dans des activités scolaires, même très précocement ; parfois renforcées par l'image des disciplines ; **suivis longitudinaux** (recenser les difficultés, isoler les facteurs, étudier leurs impacts à court et moyen termes) ; études de **corrélations** et **interventions** ;
- Vigilance ;
- **Plusieurs dimensions** sont concernées :
 - Propres aux **domaines (arithmétique ou mathématiques)** ; et sous-domaines (sens du nombre, dénombrement, opérations) ;
 - **Capacités générales** : langage, attention, mémoire de travail, vitesse, émotions, anxiété ;
 - **Instruction** dispensée (ou non), très tôt, familles ou école ;



Cycle 1

De l'approximatif au précis, les débuts du symbolique

Que savent-il à l'entrée en maternelle?

Trois types de savoirs
Les petites quantités; les grandes quantités;
des noms de nombres

D'importantes différences

- Dès l'entrée à l'EM, **des différences importantes entre enfants** concernant :
 - La discrimination précise des petits ensembles de 1 à 3) ;
 - La discrimination approximative des « grandes » quantités (4 et plus) ;
 - La connaissance hésitante des premiers noms de nombres et de quelques chiffres arabes ;
 - L'attitude et les émotions en relation avec les nombres ;

Cycle 1

- Favoriser le passage **d'un traitement intuitif et approximatif** des **grandeurs et quantités**, disponible dès la naissance mais qui s'affine au fil du temps, à **un traitement précis** (et conforme aux contraintes culturelles) de ces mêmes grandeurs et quantités dont on attend qu'il soit **en place à l'entrée à l'école élémentaire** ou en fin de CP ;
- **Facteurs** susceptibles d'influer sur ce passage ;

Des habiletés de base précoces

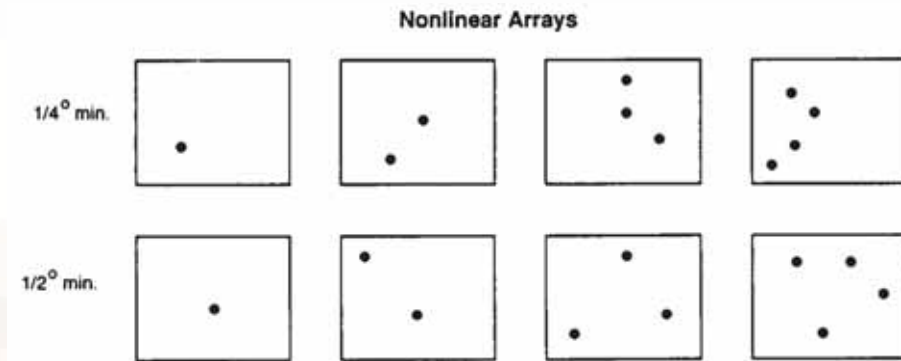
- Les nouveau-nés et les bébés sont en mesure de discriminer 1 de 2, 2 de 3, peut-être à partir des dimensions associées (surface, densité...) ou d'un modèle mental (quasi-perceptif en mémoire visuo-spatiale) ; c'est sans doute encore ainsi qu'ils réagissent aux ajouts et retraits ;
- Les nouveau-nés et les bébés réussissent à discriminer les grandes quantités lorsque le rapport entre elles est grand et, là encore, sans doute en partie à partir des dimensions associées ;
- La saisie des relations plus grand vs plus petit semble relativement plus tardive (10-12 mois) ;



Les petites quantités (1 à 3) Évolution entre 2 et 5 ans

Starkey BJDP 1995

Discriminer les petites quantités



Subitizing

Sans doute associée aux capacités de **mémoire à court terme visuelle** ;

Ne signifie pas qu'ils comprennent la quantité de référence ; ni qu'ils l'associent aux symboles verbaux ou indo-arabes ;

Peut s'étendre à des quantités plus grandes si configurations particulières (dominos, dés) ;

Peut être sélectivement affectée ;

Poitiers Fayol 2019

% solutions correctes aux comparaisons

Number comparison problem	Comparison array numerosity	Expt 1 2-year-olds		Expt 2	Expt 3	
		200 ms duration	Child-controlled duration	3-year-olds	4-year-olds	5-year-olds
1	1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
2	1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
2	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	2	.92	1.00	1.00	1.00	1.00
3	2	1.00	1.00	.96	.96	1.00
3	3	.79	1.00	.96	.96	.97
2	3	.75	.92	.75	1.00	1.00
4	3	.67	.67	.52	.75	.83
4	4	.38	.67	.79	.65	.83
3	4	.67	.67	1.00	.79	1.00
5	4	.58	.33	.88	.75	.78
5	5	.50	.50	.54	.58	.56
4	5	.33	.42	.46	.58	.61
6	5	.67	.50	.79	.62	.50
6	6	—	—	.46	.44	.56
5	6	.67	.42	.79	.58	.67
7	6	—	—	.54	.75	.72
6	7	—	—	.50	.50	.50

Performances à 3 moments successifs

Baroody, 2017

Attention aux épreuves : comparaison des performances (sur 2) à « dire combien » (how many) et « donner n » (give me n) chez des **enfants de 3-4 ans** à trois reprises ; les quantités 2 et 3 ne sont pas si faciles...

	Number Size								
	<i>n</i> = 1			<i>n</i> = 2			<i>n</i> = 3		
	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3
How many?	1.80	1.93	1.87	1.62	1.55	1.67	1.47	1.46	1.55
Give-me- <i>n</i>	1.87	1.82	1.72	1.57	1.50	1.58	1.02	0.98	1.07

Note. T1 = Session 1; T2 = Session 2; T3 = Session 3.

Note. Minimum-maximum score range for each *n* for each task was 0 – 2.

Poitiers Fayol 2019

Les petites quantités

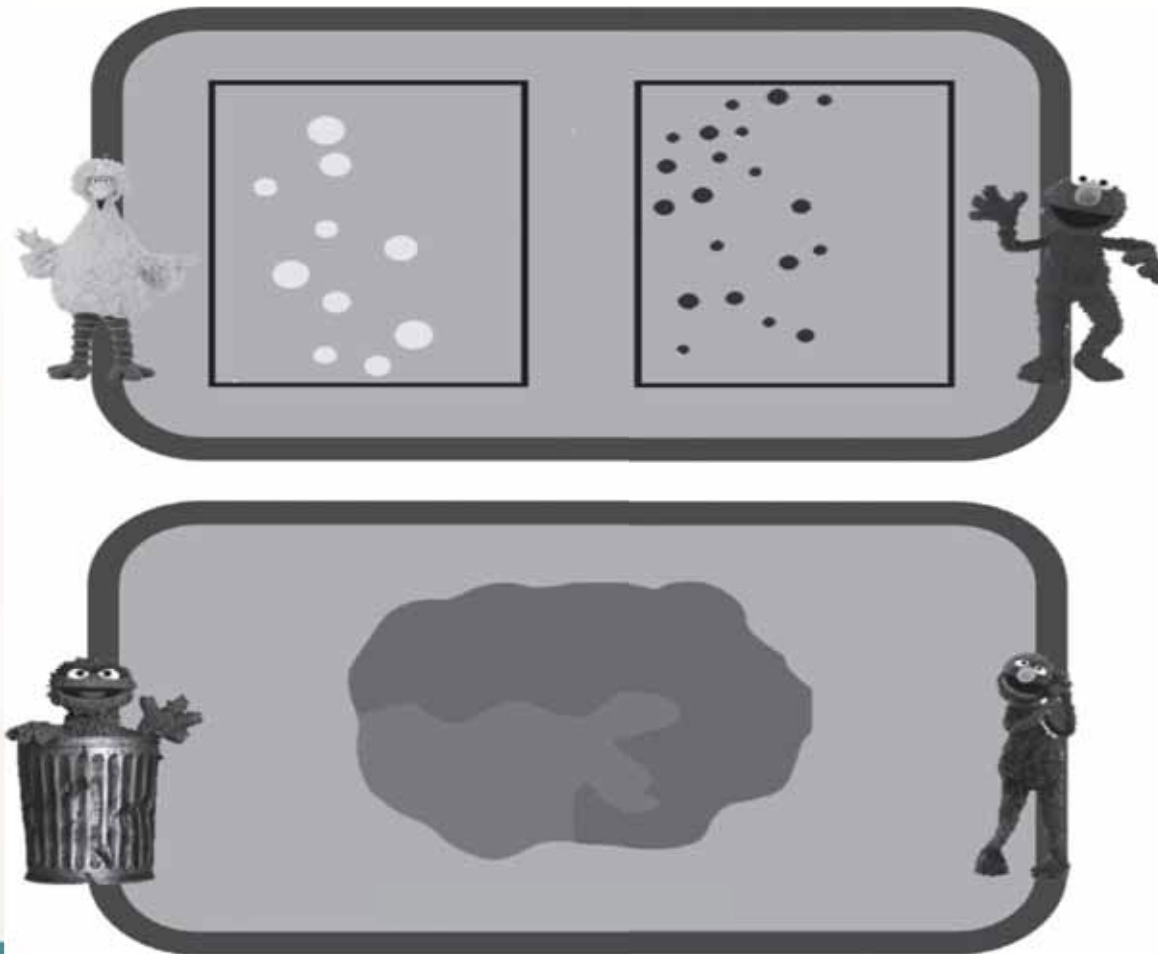
- Même si leur discrimination est précoce, ne pas les considérer d'emblée comme maîtrisées par tous ;
- Différences de performances entre associer les configurations aux noms de nombres en dénombrement et constituer soi-même une collection d'un cardinal donné ;
- Importantes variations en fonction des situations ; compositions et décompositions ;



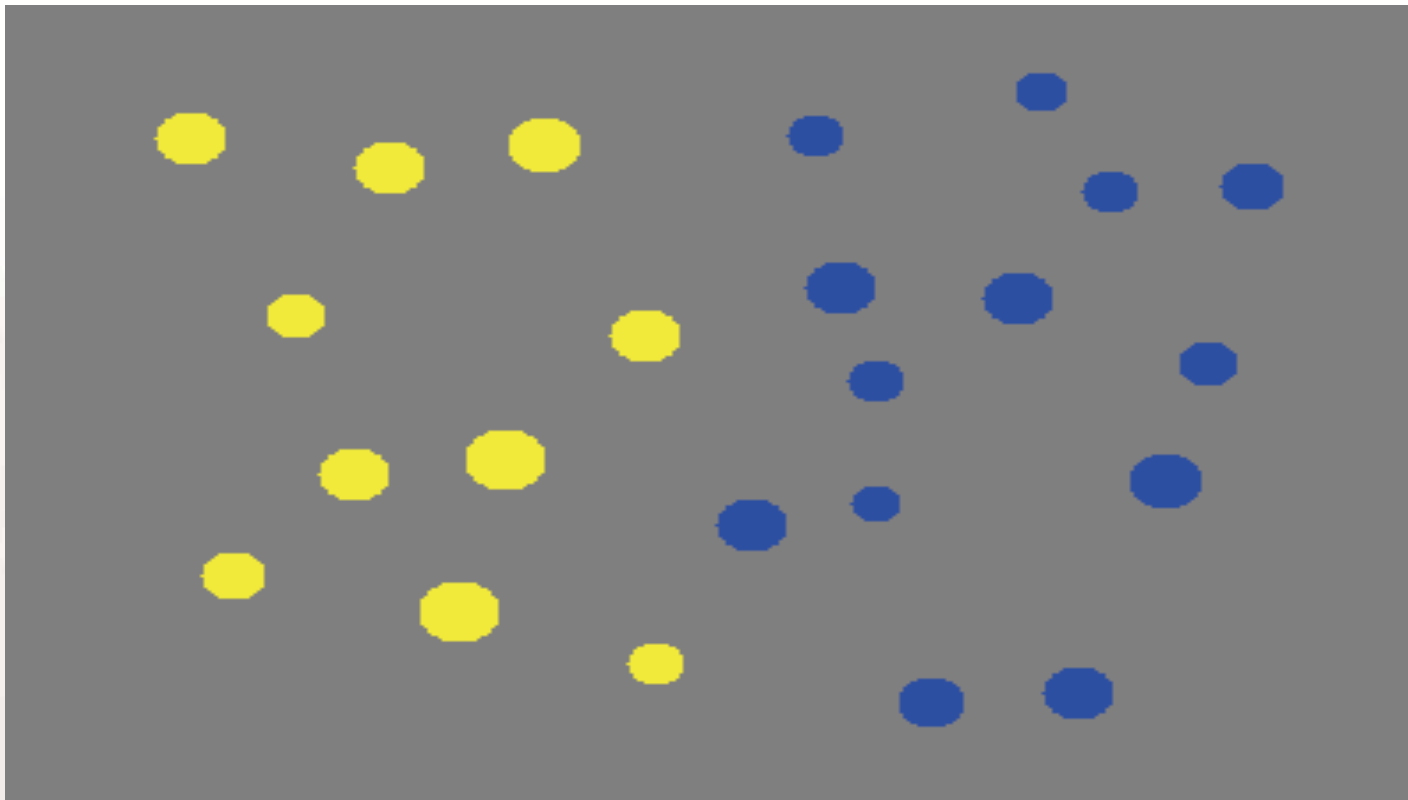
Les grandes quantités (>4)

De l'approximatif à la précision

Discriminer et comparer des grandeurs et quantités SAN



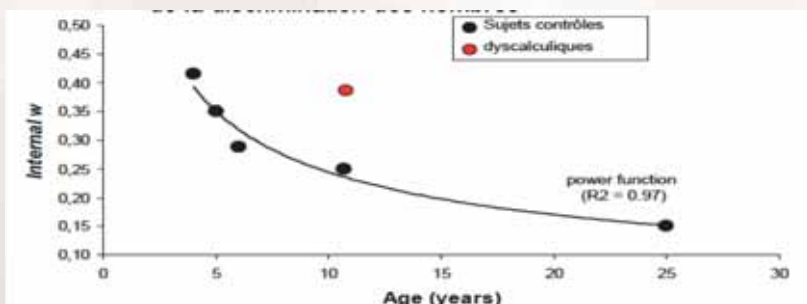
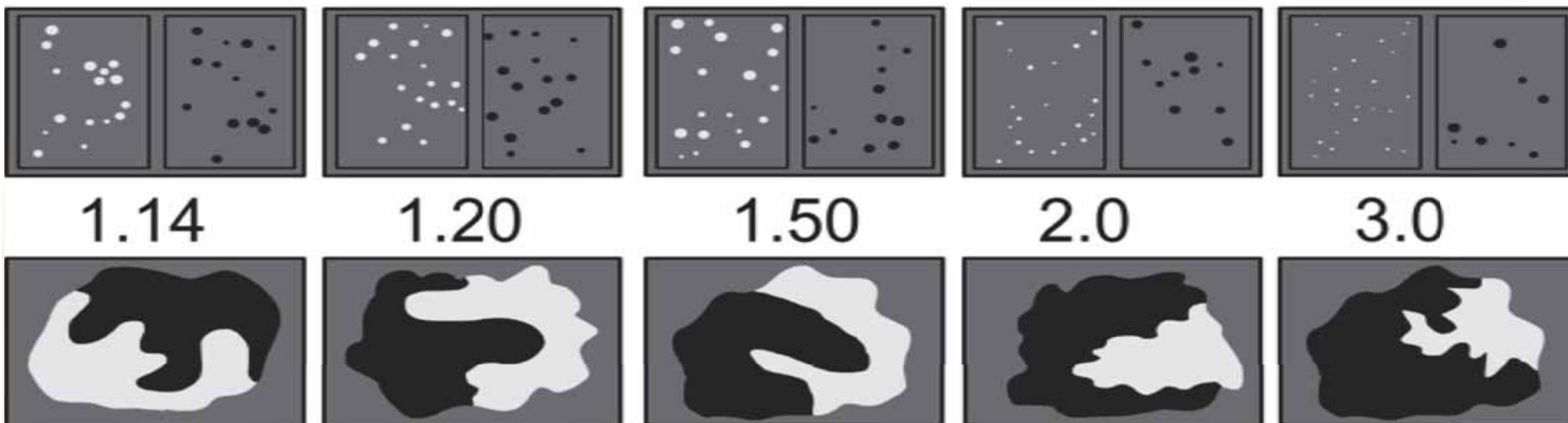
Panamath.org



Poitiers Fayol 2019

Comparaisons de grandeurs et quantités

Easier Ratio



Évolution parallèle des performances avec les grandeurs et les quantités

Poitiers Fayol 2019

Deux capacités de base

- Traitement **précis des petites quantités** ;
- Traitement **approximatif** des grandes quantités:
 - Imprécision diminue avec **l'âge** ;
 - Imprécision diminue avec **l'éducation (activités numériques)** ;
 - **Prédit** partiellement les performances **ultérieures** en arithmétique élémentaire ; importance des interventions ;
 - **Améliorable** par exercice ;



Les traitements des symboles

Apprentissage facile et source
d'illusions ; atteindre la précision du
cardinal ;

Importance et difficultés des codes

- Essayez de résoudre:
- $XXXIV \times XXIII$
- $CXXIX - XXXVIII$
- Ce ne sont pas les quantités qui posent problème, mais **leur codage** et la **manipulation** des codes ;
- Source principale de difficulté: le **code** ; sa **signification**; sa **vitesse** d'accès (dans les 2 sens); sa **manipulation** ;

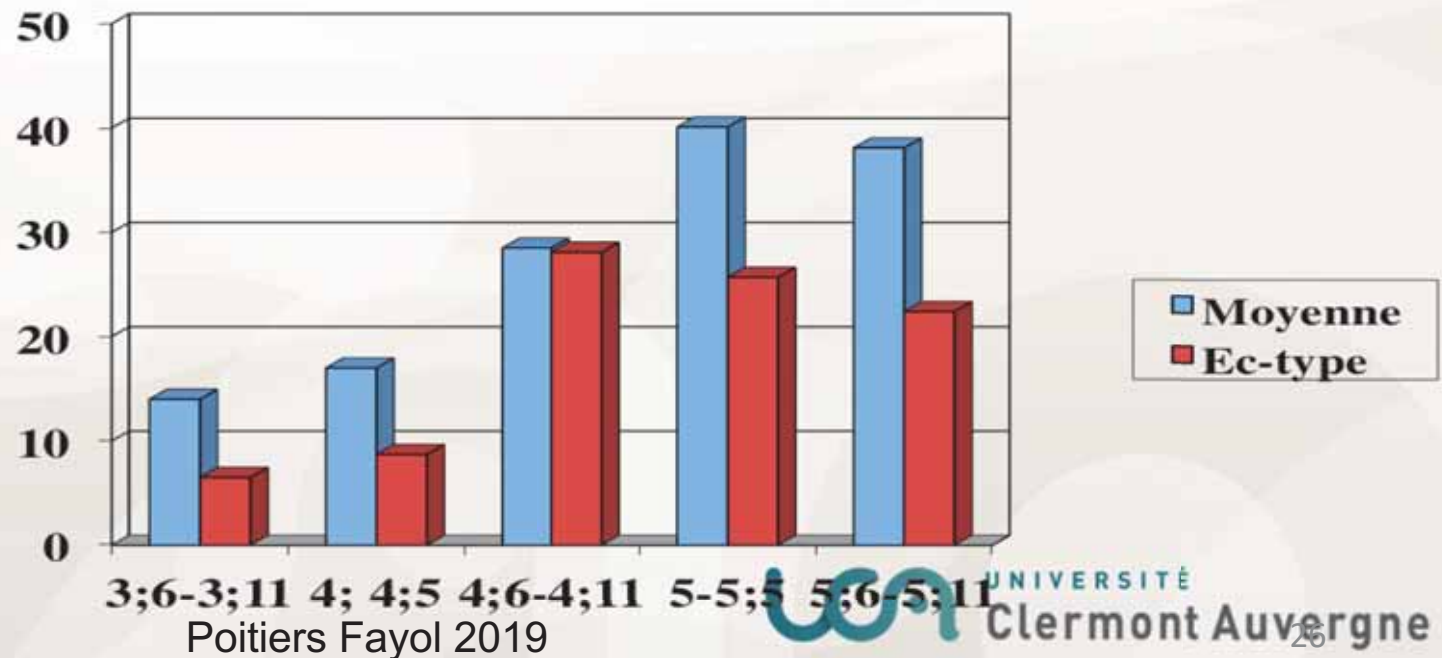


Évolution de la chaîne verbale

	Stable et conventionnelle	Stable mais non conventionnelle	Ni stable ni conventionnelle
1	Un deux trois	Quatre six huit neuf	Quatorze treize cinq
2	Un deux trois	Quatre six huit neuf	Douze quinze treize
3	Un deux trois	Quatre six huit neuf	Quatorze
4	Un deux trois	Quatre six huit neuf	Neuf

Évolution de la partie conventionnelle

- Dernier item atteint au comptage sans dénombrement ; grandes différences interindividuelles ;



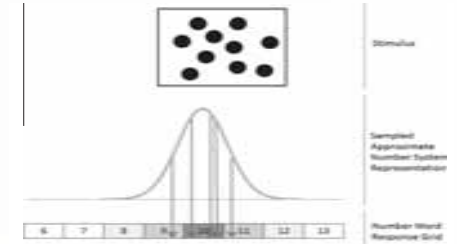
En résumé

- Dès l'entrée à l'EM, **des différences importantes entre enfants** concernant :
 - La discrimination des petits ensembles ;
 - La discrimination des « grandes » quantités ;
 - La connaissance des noms de nombres et des chiffres arabes ;
 - L'attitude et les émotions en relation avec les nombres ;

Ce qu'ils ne savent pas

- À quoi servent les nombres et noms de nombres ;
- Dénombrer de manière précise ;
- Relier les noms de nombres (ou les chiffres arabes) aux quantités ;
- Comment fonctionne le système numérique ; compositions et décompositions ;
- Évoquer les quantités à partir du verbal ou des noms de nombres ; les utiliser en situation ;

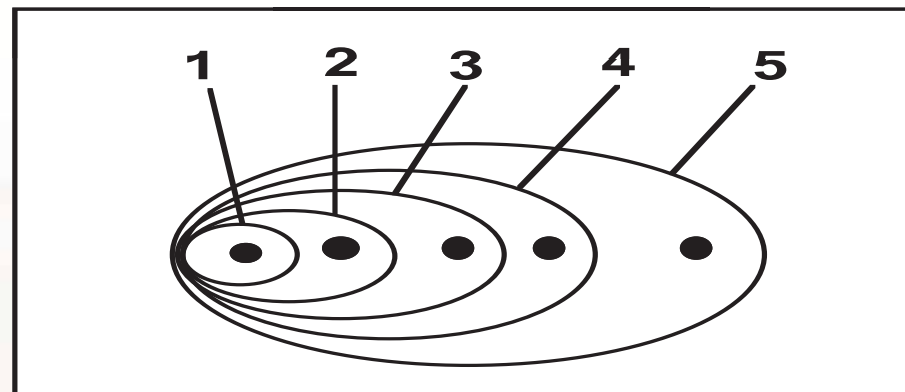
Que faire?



- Le problème est quadruple:
 - Raffiner les **capacités de comparaisons** des grandeurs et quantités ; établir **l'équivalence** des quantités ; **correspondances terme à terme** ;
 - Acquérir **un (ou des) système(s) symbolique(s)** (noms de nombres, chiffres arabes, ou autres) ;
 - **Associer les symboles aux quantités** dans les deux sens : cardinal (notion très abstraite) ; évocation et production automatiques ;
 - Faire **découvrir et utiliser l'ordinalité** non-symbolique puis symbolique ;
 - Passer de situations ludiques ou de la vie courante aux traitements numériques : **arithmétiser** ;

Logique numérique: but du Cycle 1

Le nombre comme ensemble de classes emboîtées et ordonnées



Emboîtement (2 inclus dans 3, etc.), abstraction du cardinal, itération de l'unité (4 c'est 3 et encore 1), égalité des distances entre successeurs (entre 7 et 8 = entre 2 et 3), relation d'ordre :

Trois dimensions

- La **cardinalité**: quels que soient les éléments d'une collection, leurs caractéristiques physiques et leurs dispositions spatiales: **invariance du cardinal** ;
- **L'ordinalité** : les quantités s'ordonnent et s'emboîtent en fonction de leur cardinalité ;
- **Les transformations** : le cardinal varie en fonction des transformations, ajouts ou retraits ;

Associer les symboles aux quantités et utiliser les deux

Approximative
Évaluations,
comparaisons

Représentation
analogique
des grandeurs (et quantités)

Langage

Chiffres arabes

Représentation symbolique
= CODE

Bouliers

Doigts

Encoches

Analogique
Grandeurs et
quantités

Noms de
nombres

Un, deux, trois, etc.

Chiffres
arabes

1, 2, 3, etc.

Six évolutions



Un, deux, trois

1, 2, 3

Plusieurs apprentissages

- Les enfants apprennent les noms des nombres un, deux et trois en les associant à des quantités ;
- Cette acquisition, **lente**, suit **un ordre** :
 - en premier « un » (vers 21/2 : sachant un) ;
 - puis 2 (vers 3 ou 31/2 : sachant deux) ;
 - puis 3 (vers 31/2 ou 4 : sachant trois) ;
- Cette acquisition est mise en évidence par, d'une part « Donne N », d'autre part « Combien y a-t-il sur une carte ? » ;
- Peu de temps après être devenus « sachant trois ou quatre », ils découvriront **le principe cardinal** et la fonction de successeur ($N, N+1, (N+1)+1\dots$) ; rôle des interventions ?

Trois difficultés

- La notion de cardinal ;
- **L'ordinalité et l'itération de l'unité ;**
- Les transformations ;
- Dans les trois cas, passage **de l'analogique au symbolique ;**

Nouveaux savoirs et savoir-faire

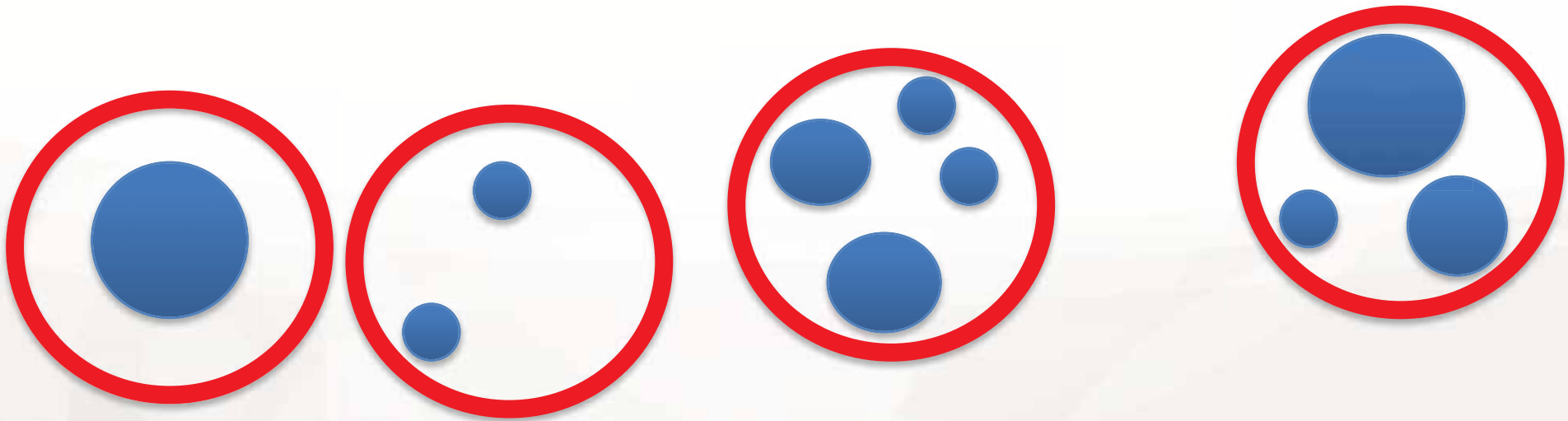
La cardinalité

Des apprentissages progressifs

Des propriétés

- **La quantification est précise ;**
- Cardinal peut s'obtenir par **correspondance terme à terme**, sans dénombrer ; indépendance par rapport aux caractéristiques perceptives ; compositions et décompositions ;
- Cardinal peut s'obtenir par **dénombrement** : correspondance entre noms de nombres (symboles) et entités ; itération de l'unité (4 c'est 3 et encore 1) ; égalité des distances entre successeurs (entre 7 et 8 et 2 et 3) ;

La cardinalité



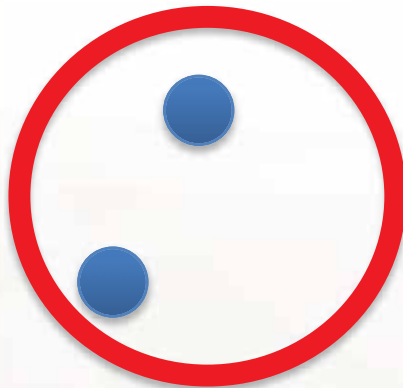
**Correspondance terme à terme ; pas besoin de symboles
Association avec des noms ou des symboles ; avec des
configurations conventionnelles (doigts, dés, etc.) ;**

La cardinalité

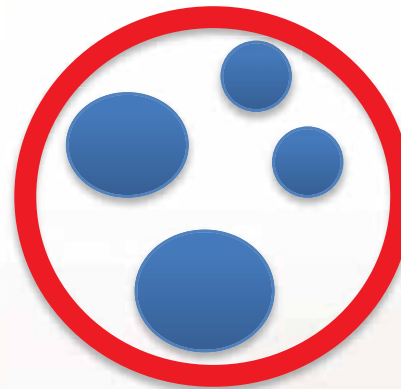
Un ou 1



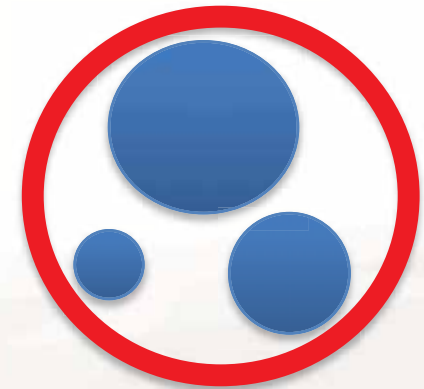
Deux ou 2



Quatre ou 4



Trois ou 3



Correspondance terme à terme
Association avec des noms ou des symboles

La notion de cardinal: abstraite

La reconnaissance de l' **équivalence numérique** (= le **cardinal**) de petites quantités (2, 3 et 4) est d' autant plus facile chez les plus jeunes (jusque vers 4 ans) que:

- Les entités se ressemblent ;
- La disposition spatiale est proche ;
- Les enfants connaissent la suite conventionnelle des noms de nombres ;

La correspondance Terme à Terme (CTT)

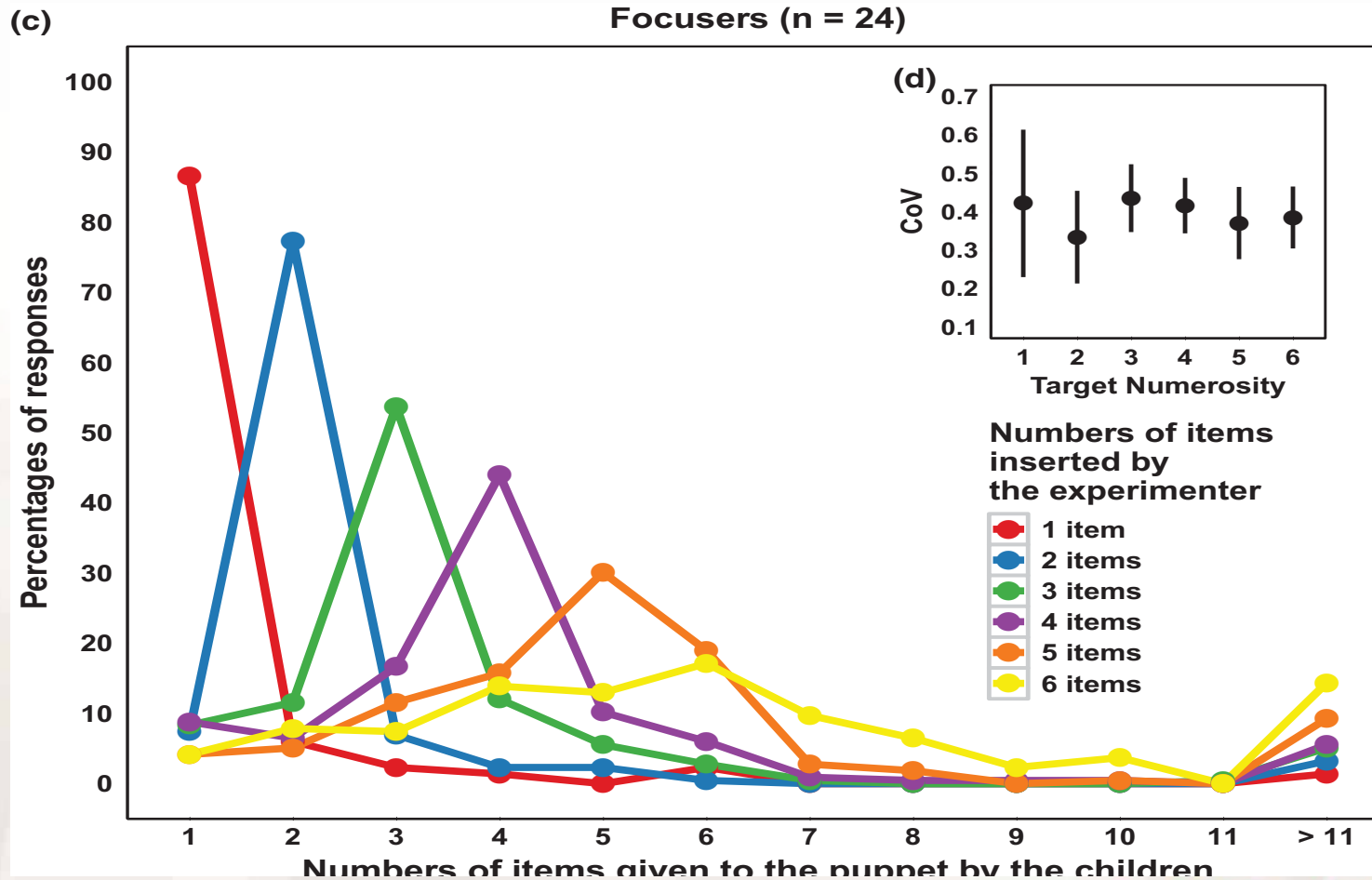
	Inférer le nombre	Inférer la correspondance
Pour n = 3 ou 4		
3 ans	.74	.71
4 ans	.93	.88
Total	.82	.84
Pour n = 6 ou 7		
3 ans	.66	.59
4 ans	.79	.88
Total	.72	.72

Dès 3 ans peuvent inférer la numérosité de 2 collections mises en CTT, et raisonner sur l'appariement de deux collections dénombrées. Vrai avec petits nombres. Au delà de 4, labilité et inconsistances. Ne se généralise pas.

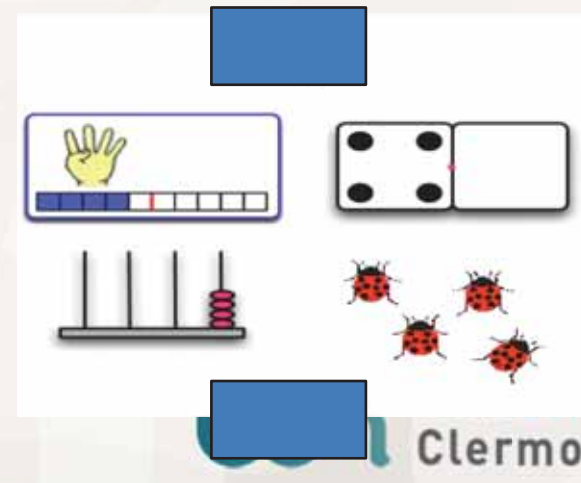
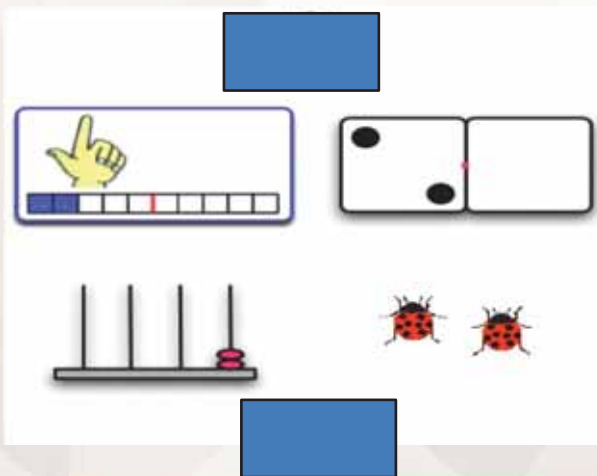
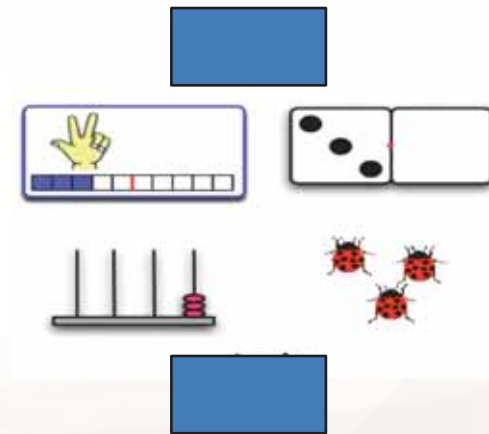
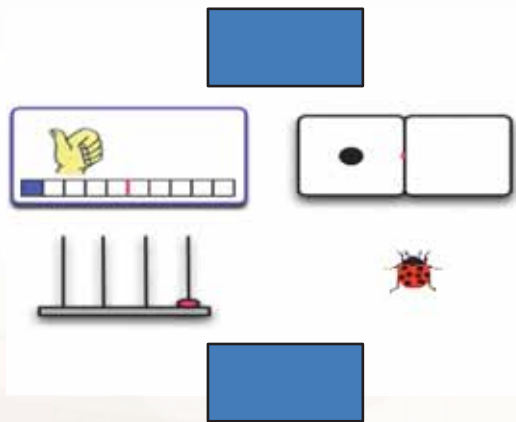
Utiliser la CTàT à 2-3 ans

- Imiter l'alimentation d'animaux (oiseaux, requins) auxquels l'E donne des entités diverses en quantité variant de 1 à 6 ; sans jamais évoquer de nombre ni de quantité ;
- 44 enfants de 2 à 3 ans, aucun ne compte au-delà de un; deux sous-groupes: ceux qui se focalisent (F) sur la quantité et les autres (A) ;
- Comment les enfants vont-ils procéder?

Nombre d'entités insérées



Différents codes analogiques



Plusieurs apprentissages

- Les enfants apprennent les noms des nombres un, deux et trois en les associant à des quantités ;
- Cette acquisition, **lente**, suit **un ordre** :
 - en premier « un » (vers 21/2 : sachant un) ;
 - puis 2 (vers 3 ou 31/2 : sachant deux) ;
 - puis 3 (vers 31/2 ou 4 : sachant trois) ;
- Cette acquisition est mise en évidence par, d'une part « Donne N », d'autre part « Combien y a-t-il sur une carte ? » ;
- Peu de temps après être devenus « sachant trois ou quatre », ils découvrent **le principe cardinal** et la fonction de successeur ($N, N+1, (N+1)+1\dots$) ; rôle des interventions ?

Un constat

TYPES DE TACHES	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6
-Reproduire un nombre donné d'objets	1	-	3	-	-	4	-	-
-Montrer autant de doigts que d'objets	-	1-2	-	3	-	4	-	-
-Montrer autant d'objets que de doigts	-	1-2	-	-	3	4	-	-
-Imiter un nombre de coups frappés	-	-	1	-	2	-	3	-
-Dire combien on a entendu de coups	-	-	-	-	1-2	3	-	4
-Dire combien d'objets sans compter	1	2	-	-	3	-	-	4
-Donner un certain nombre d'objets à 1, 2, 3 personnes	1	2	-	-	3	-	-	4 à 10
-Répéter la suite des nombres	1 à 4	1 à 5	1 à 6	-	1 à 7-8	1 à 10	-	-
-Dénombrer avec les doigts	-	-	-	-	2 à 6	7 à 10	-	-

Descœudres, 1921

La réussite à traiter 3 **dépend des tâches** à réaliser et de l'âge. Acquisitions limitées à des **situations** précises. Modularité des savoirs et savoir-faire.

La notion de cardinal

- Longue et difficile à établir ; très abstraite ;
- S'appuie sur les petites collections et ne se généralise pas d'emblée ; à travailler sur des collections de plus en plus grandes ;
- Recours à la correspondance terme à terme ; et au dénombrement ;
- Prévoir de nombreuses situations : statiques (visuelles), dynamiques, mêlant les deux ;

Que faire?

- **Nombreuses activités** de mise en correspondance avec des entités différentes en tailles, couleurs, fonctions, etc. ; simultané versus successif ; visuel, tactile, etc. ;
- Variations des **dispositions**, des regroupements, des entités, des surfaces occupées ;
- **Collections témoins** de doigts (contribution à l'abstraction progressive du cardinal) ; (3 fourmis -> 3 doigts ; 3 doigts -> 3 fourmis) ;



Exemple cardinalité

- La famille ours arrive dans la voiture (PS : 3 ours / MS : 5 ours). Les ours veulent manger. Il faut dresser la table.
- Consigne : aller chercher une assiette pour chaque ours (=Reconnaître une quantité et construire une collection équivalente)



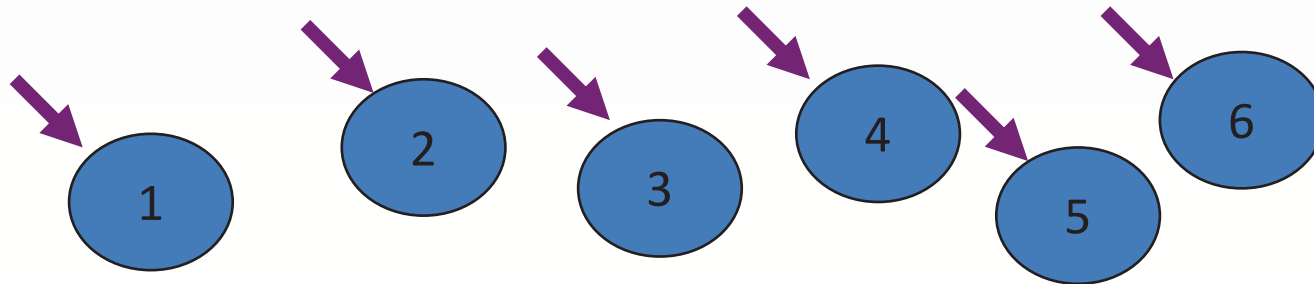
Le dénombrement

Parvenir à une quantification précise

Le dénombrement

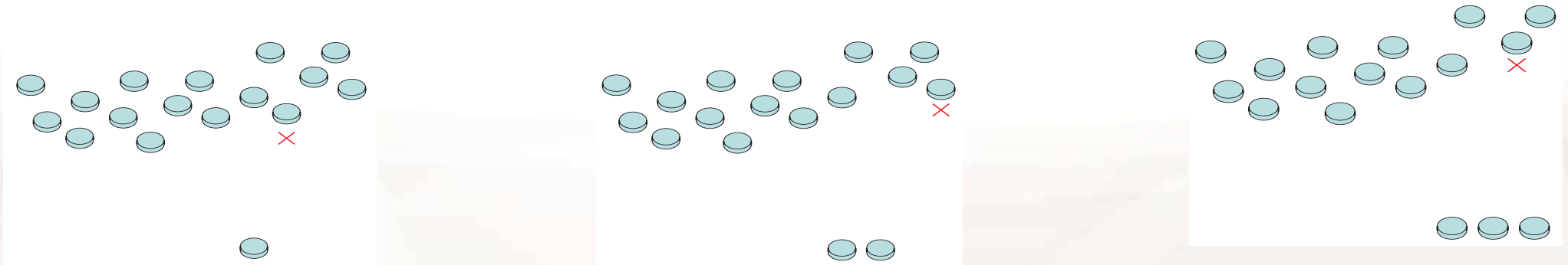
- Coordination de la mise en œuvre de **deux composantes, sources potentielles de difficultés** :
 - Composante **motrice** (pointage, mouvements des yeux, etc) ;
 - Composante **symbolique** (noms de nombres, chiffres arabes, formes signées) ;
 - Possible coût de cette **coordination**, qui s'ajouterait aux coûts de chacune des deux composantes ;
 - Quel impact chez les enfants TSL ou dyspraxiques? Trois sources de difficultés ;

Dénombrer : procédure canonique



- Stricte **correspondance terme à terme** entre désignation des éléments et items servant à les désigner ;
- Ordre stable** des éléments servant à désigner ;
- Le **dernier** élément énoncé fournit la cardinalité ;
- Abstraction**: aucun impact de l'homogénéité ou de l'hétérogénéité ;
- Non pertinence de l'ordre** du traitement ;

Dénombrer: cardinal



Éviter le comptage numérotage

Performances en fin de GSM (70 mois) vers le CP

Principes	Pourcentages
Ordre stable (OS)	62.4
Correspondance T à T (CTT)	95.3
Cardinalité C	65.7
OS+CTT	59.1
OS+C	43.3
CTT+C	65.7
Les trois	44.2

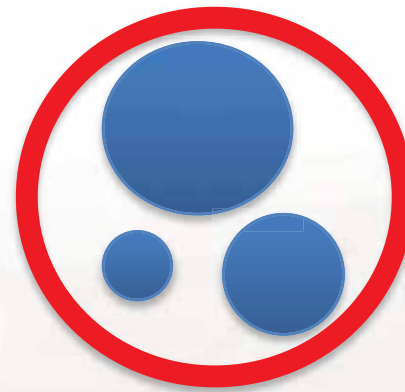
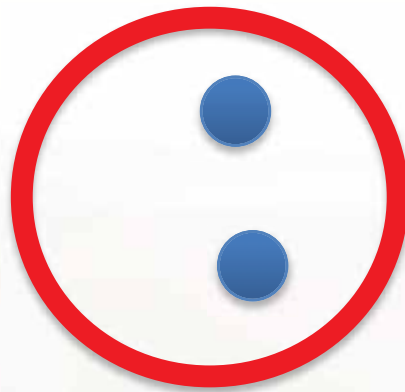
Bilan

- Pour les jeunes enfants, le « nombre » n'est **pas** :
 - **Indépendant des caractéristiques perceptives ;**
 - **Indépendant des situations de mise en œuvre ;**
- Il doit le devenir : c'est le rôle de l'école ;

L'ordinalité

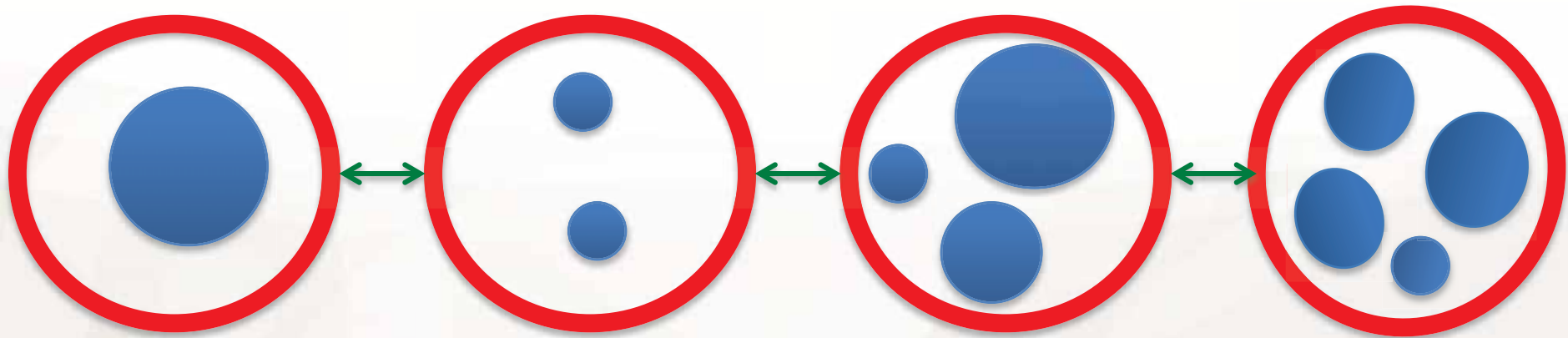
Une composante largement ignorée
; importance croissante entre la GSM et
le CE1 puis au-delà ;

L'ordinalité













Un.....deux.....trois..... quatre

La distance: itération de l'unité



Un et encore un : **deux** et encore un : **trois** et encore un **quatre**

Dispositif expérimental

	Ordinal 'Are these in order?'			Cardinal 'Which is greater?'	
a					
Symbolic	5	3	4	3	6
Nonsymbolic					
b					
Luminance Controls	8	8	8	9	9
					

Exemple ordinalité

- Les ours veulent manger. Il faut leur donner à chacun leur bonne assiette. Attention : plus les ours grandissent, plus ils mangent.



puis



TÉ
nt Auvergne

Exemple 2 ordinalité

- Idem mais des chiffres remplacent les fruits

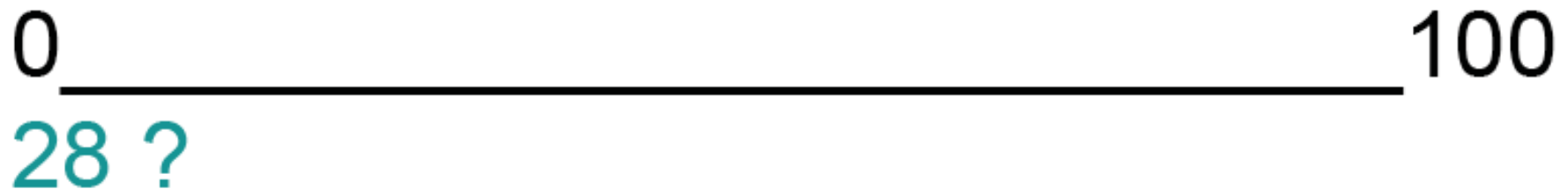




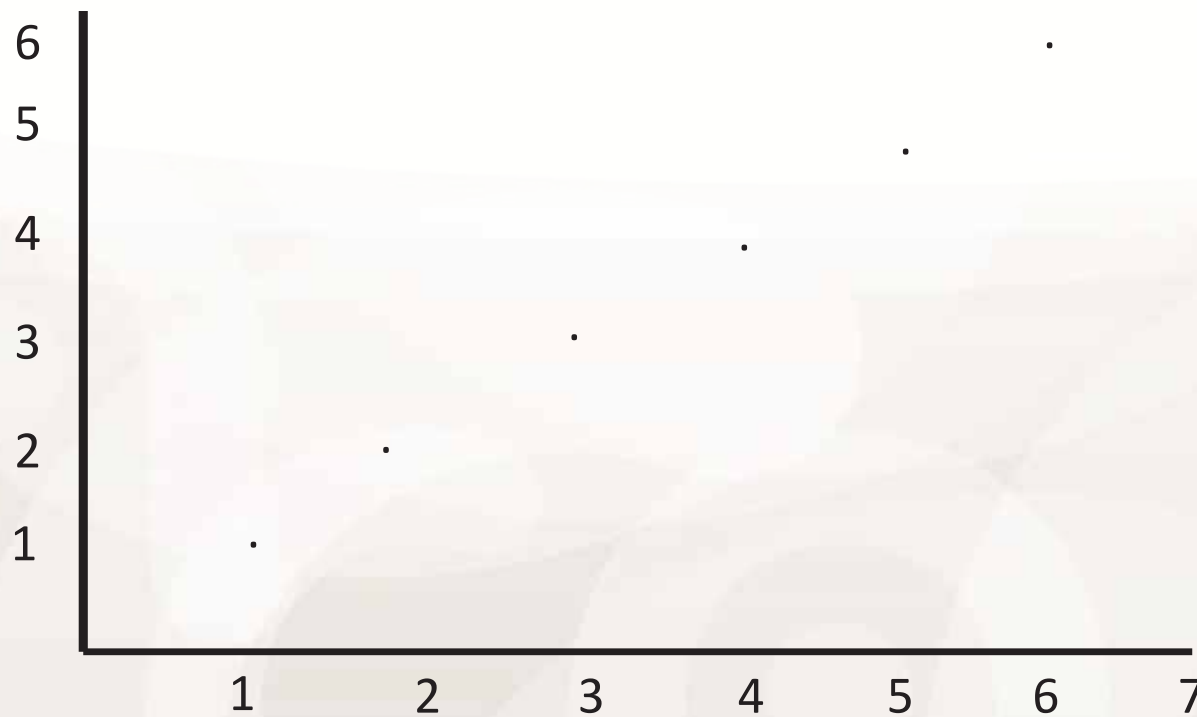
La ligne numérique

Importance de l'unité

La ligne numérique comme outil d'évaluation de la représentation

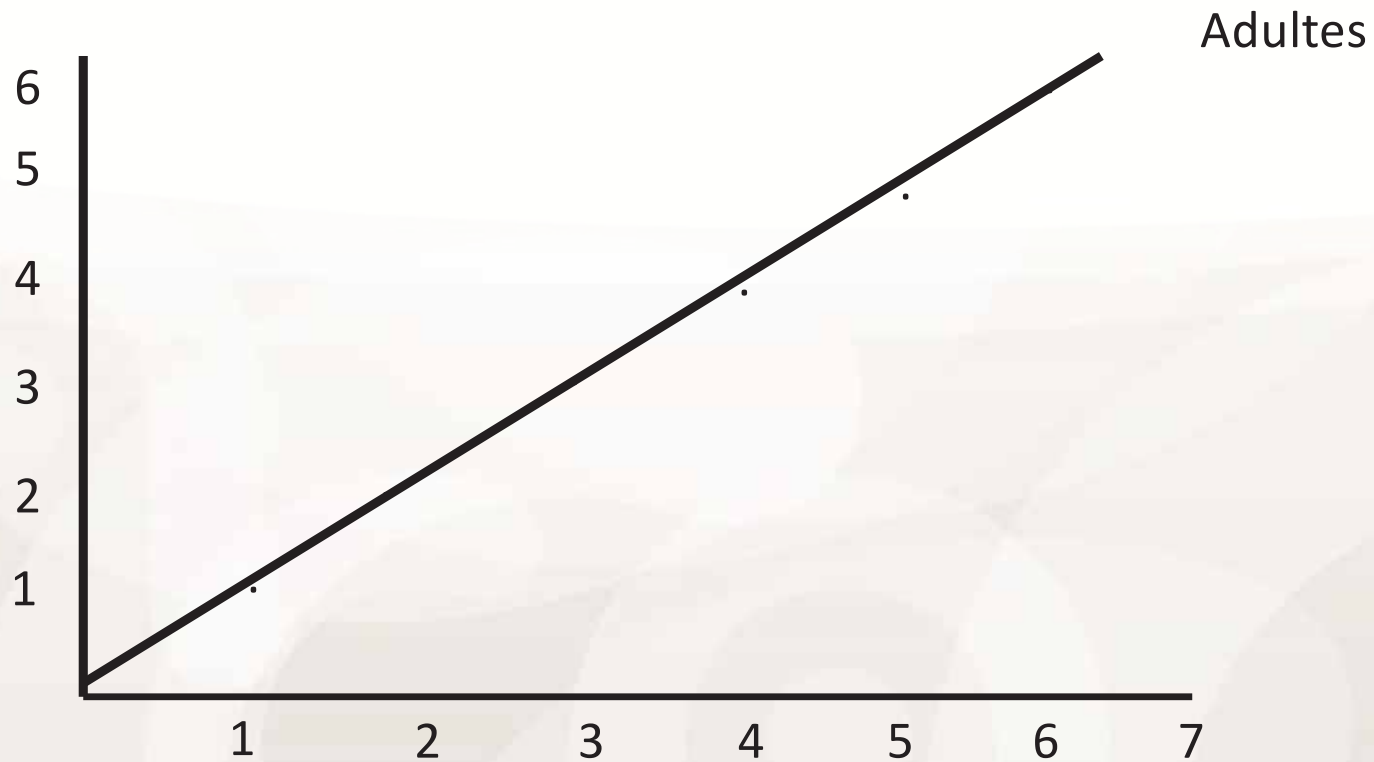


Évaluer les relations entre représentations analogique et symbolique

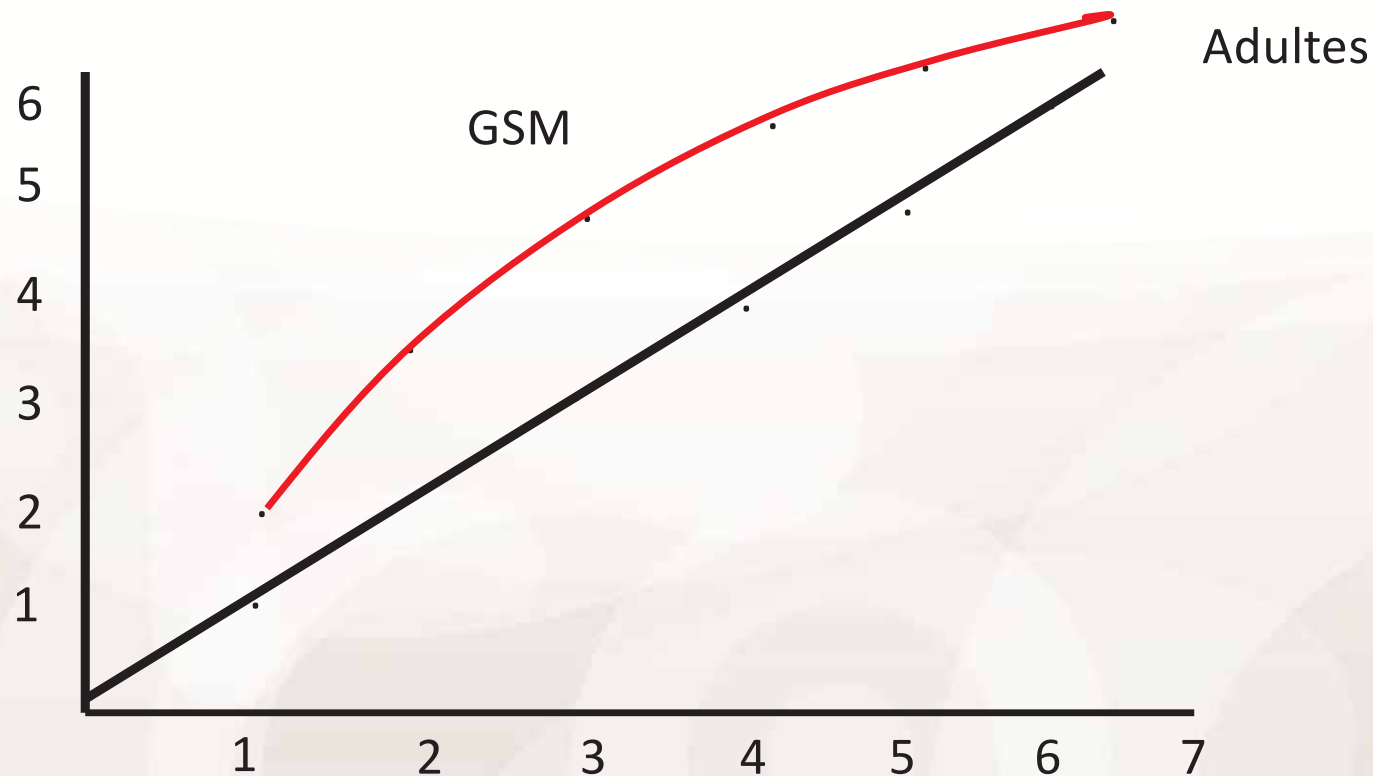


Clermont M1 2018

Évaluer les relations entre représentations analogique et symbolique



Évaluer les relations entre représentations analogique et symbolique



Évolution des estimations

Siegler, R.S., & Booth, J. L. (2004); Booth, J.L., & Siegler, R.S. (2006)

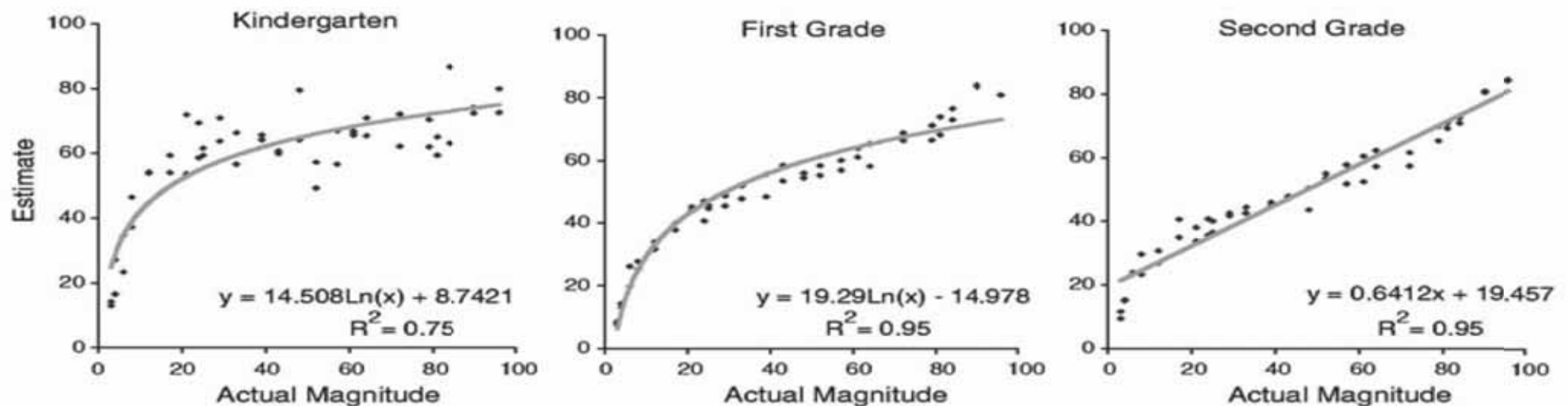


Figure 2. Progression from logarithmic pattern of median estimates among kindergartners (left panel) to linear pattern of estimates among second graders (right panel) in Experiment.

Évolution de la mise en relation entre système symbolique verbal (quinze...) et représentation spatiale: du logarithmique au linéaire.

Évolution

- Sur une ligne allant de 0 à 10, le pourcentage d'erreur (PAE) de 14% en fin de CP à 4% en CE2 ;
- De 0 à 100, le PAE passe de 19% en fin de CP à 8% en fin de CE2;
- Sur une ligne allant de 0 à 1000, le PAE passe de 21% en CE1 à 14% en CM1 puis à 7% en Sixième et 1% chez l'adulte ;
- Les erreurs sont beaucoup plus importantes avec les fractions (ligne de 0 à 1 ou 0 à 2) et les décimaux ;
- **Relations avec la performance en mathématiques ;** meilleur prédicteur des performances arithmétiques en CP et CE1 ; au delà évaluation de l'ordre ;

Plusieurs activités

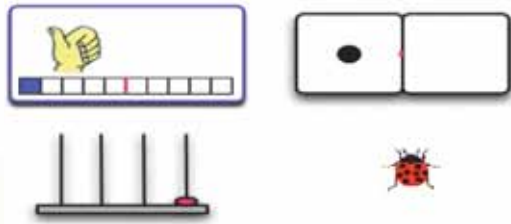
- Reconnaître et dénommer les quantités ;
- Passer de n à $n + 1$ (et à $n - 1$) ;
- Comparer et ordonner les quantités ;
- Associer des collections-témoins (dominos, doigts) aux quantités et aux symboles ;
- Dénombrer: dire combien il y a ; donner x ;
- Distinguer le comptage du dénombrement ;
- Composer et décomposer ;
- Résoudre des problèmes ;

Pour conclure

- Tout au long du cycle1 ; activités régulières, systématiques ; dispositifs ludiques (pour les enfants) ;
- D'abord les petites quantités (1 à 3), puis les quantités « moyennes » (4 à 6-7), puis les grandes (7 à 10, voire 12) ; associées aux symboles (abstraites et analogiques) ; compositions et décompositions ; usage des doigts ;

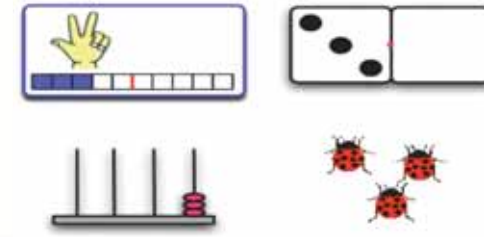
Différents codes analogiques et symboliques

1



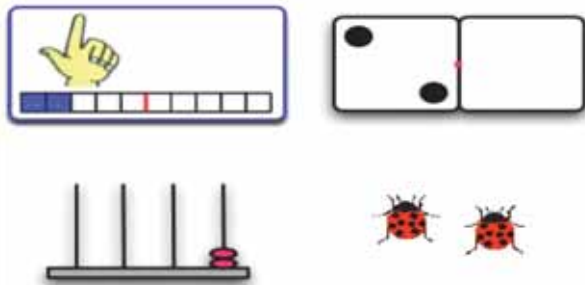
un

3



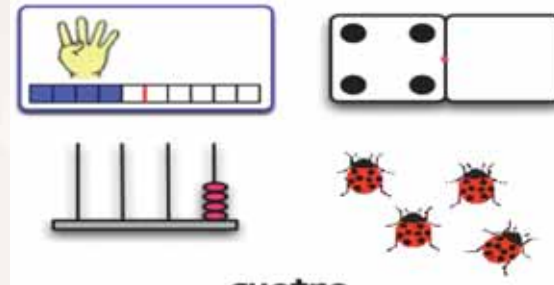
trois

2



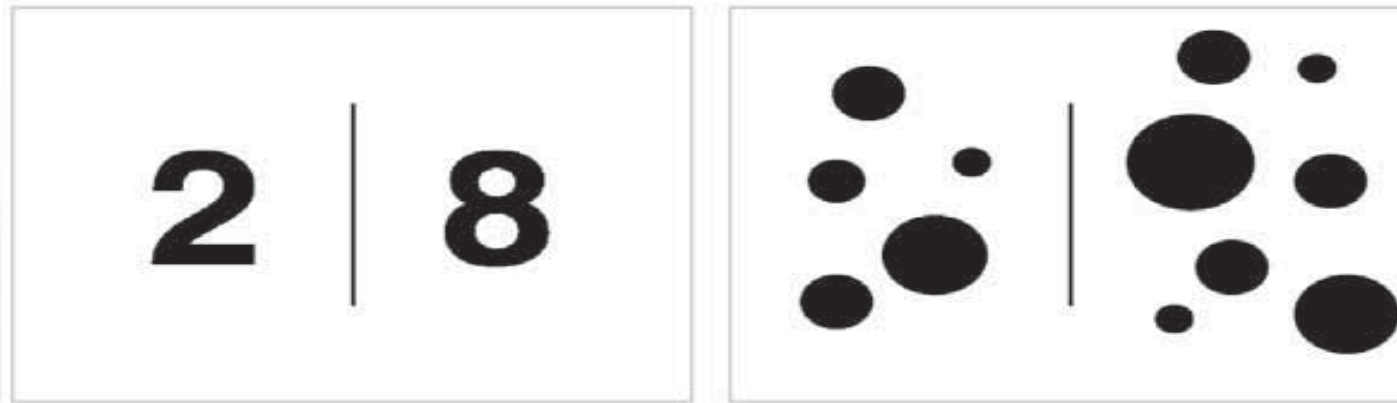
deux

4



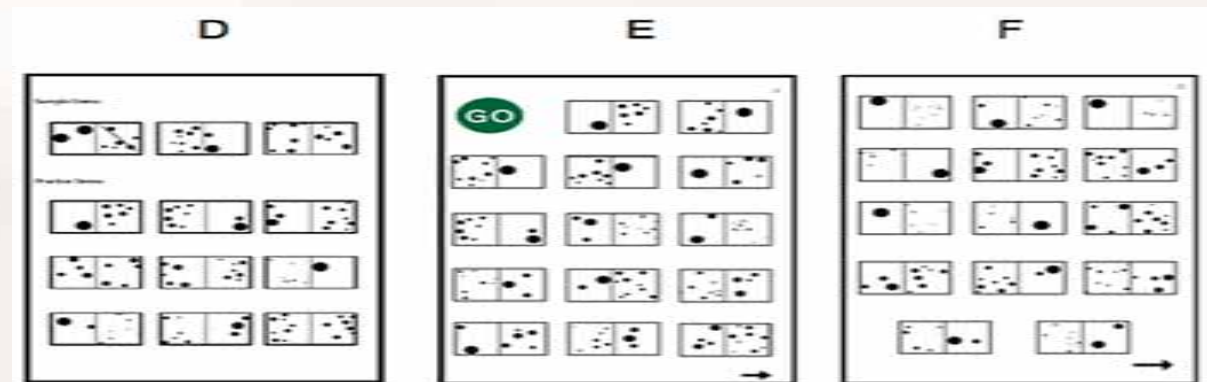
quatre

Comparaisons symboliques ou non



Comparaisons symboliques de chiffres arabes ou de symboles verbaux (*Sella et al., 2018*) ; les résultats ne sont pas forcément les mêmes.

Number Pair	Ratio
1-9	0.11
1-8	0.13
1-7	0.14
1-6	0.17
1-5	0.20
2-9	0.22
2-8	0.25
2-7	0.29
3-9	0.33
3-8	0.38
2-5	0.40
3-7	0.43
4-9	0.44
3-6	0.50
4-8	0.50
5-9	0.56
4-7	0.57
3-5	0.60
5-8	0.63
2-3	0.67
5-7	0.71
6-8	0.75
7-9	0.78
4-5	0.80
5-6	0.83
6-7	0.86
7-8	0.88



Hurst et al., 2016

Numeral-to-Quantity

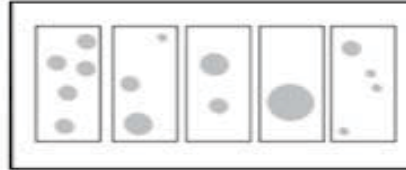


“See, there’s a number here, a number here, a number here...”



“Can you point to the number that goes with this group of dots?”

Word-to-Quantity



“See, there’s a group of dots here, a group of dots here...”

“Can you point at the group of dots with four dots?”

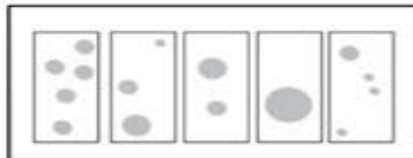
Word-to-Numeral



“See, there’s a number here, a number here, a number here...”

“Can you point at the number four?”

Quantity-to-Numeral



“See, there’s a group of dots here, a group of dots here...”



“Can you point to the group of dots that goes with this number?”

Quantity-to-Word



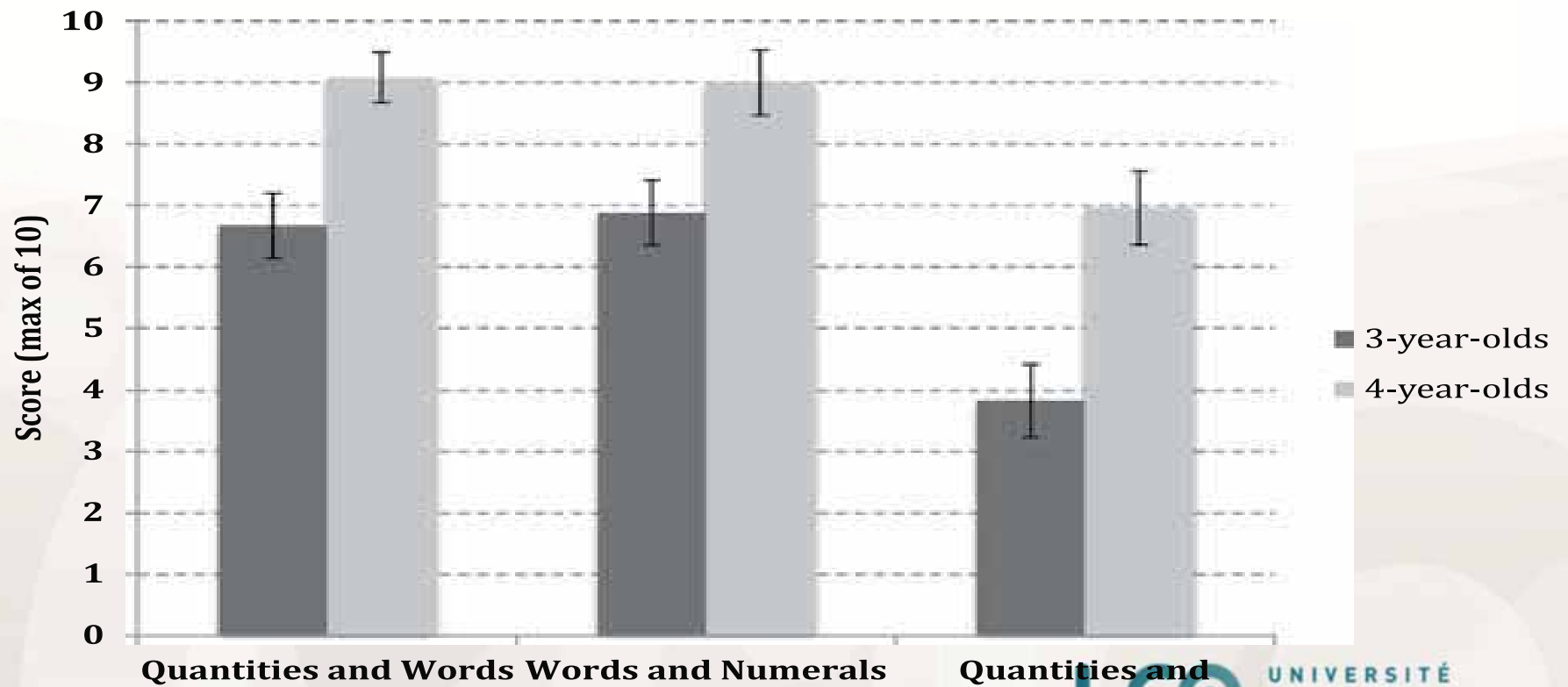
“How many dots do you see on this card: one, two, three, four, or five?”

Numeral-to-Word



“Is this a: one, two, three, four, or five?”

Performances sur 10



Quantities and Words Words and Numerals

Quantities and Numerals

Poitiers Fayol 2019



UNIVERSITÉ
Clermont Auvergne

Activités préscolaires diverses mobilisant des représentations multiples, dont certaines symboliques



Quelle évolution: de la PSM au CE2

Schneider et al., 2016

Représentations non
symboliques
OTS et ANS

Représentations
symboliques
Mots et chiffres

Performances
mathématiques

Synthèse, d'après Merkley et al., 2016

Représentations non
symboliques
OTS et ANS

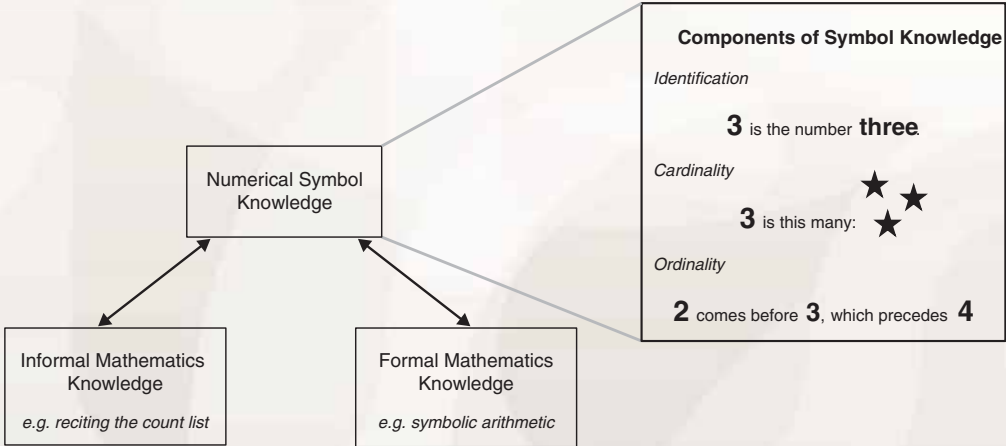
Représentations
symboliques
Mots et chiffres

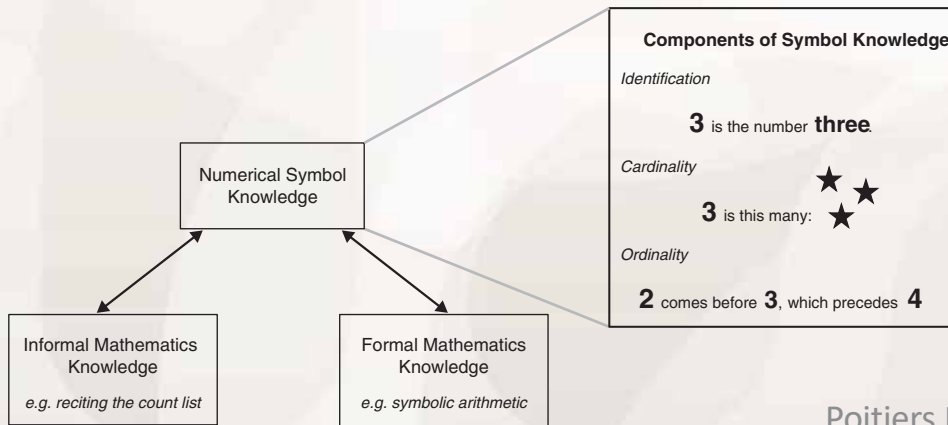
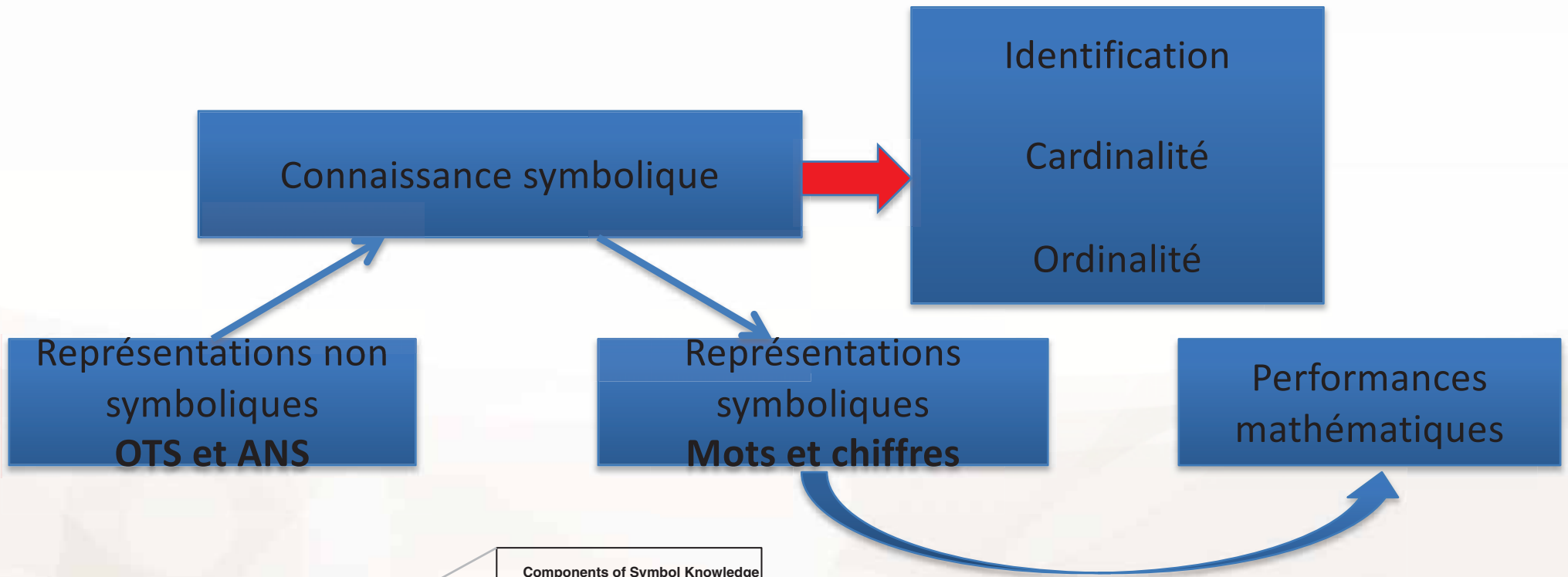
Performances
mathématiques

Représentations non symboliques
OTS et ANS

Représentations symboliques
Mots et chiffres

Performances mathématiques







Exploiter les petites quantités

De 1 à 3 ou 4 puis à 5 et 6 jusqu'à 10

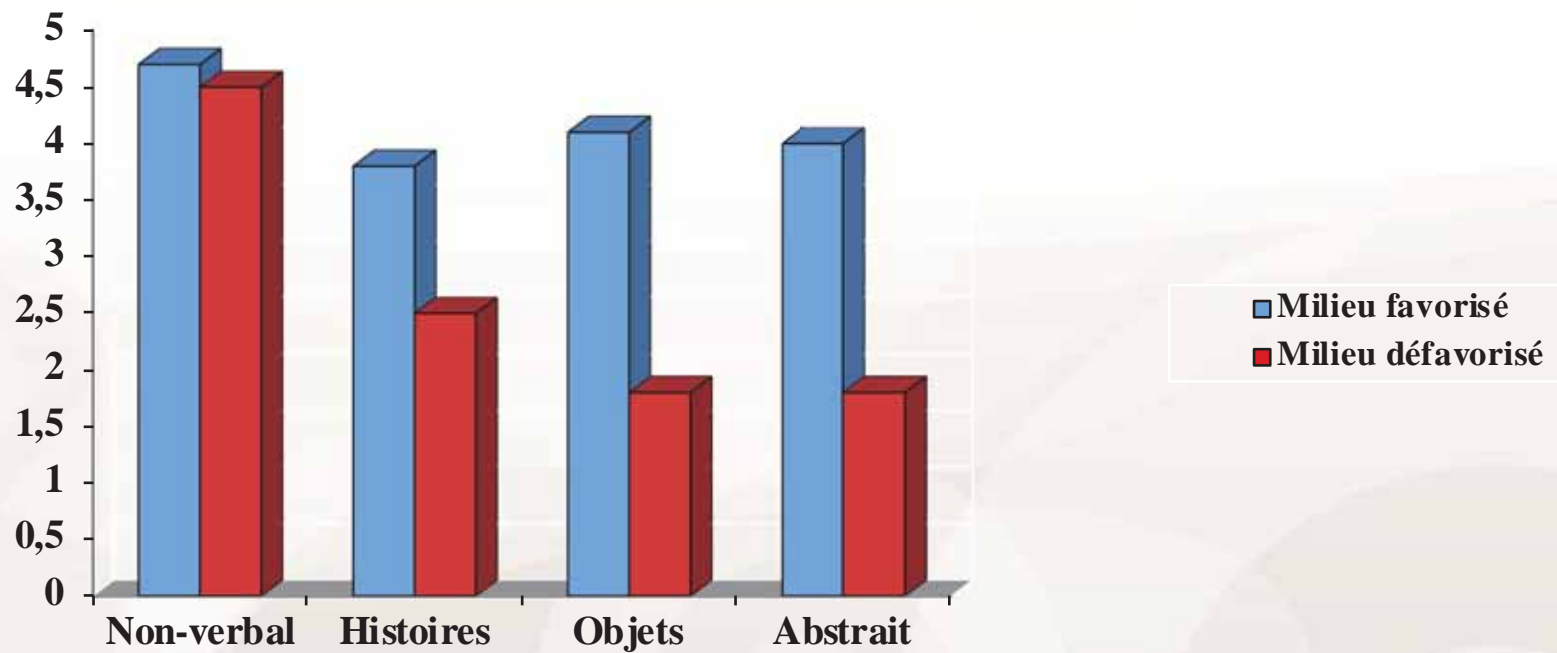
La compréhension des situations

Levine, Jordan et Huttenlocher (1992)

- On a comparé chez enfants de 4 à 6 ans la résolution de problèmes additifs et soustractifs fournis **soit sous forme de manipulations d'éléments sans verbalisation** soit **sous forme d'énoncés relatant des histoires** (Michel avait x balles. Il en reçoit y de plus. Combien a-t-il de balles maintenant?) soit sous forme de faits arithmétiques à retrouver ou à calculer (Combien font x et y?) ;
- **A tous les âges, performances meilleures avec présentation non verbale.** Dès **4 ans**, les enfants réussissaient au moins certains items mais il fallait **attendre** qu'ils aient **5 1/2 à 6 ans** pour parvenir à des succès équivalents sous présentation verbale ;

Comparaison verbal et non-verbal

Jordan et al., 1992



Cf Fayol, Camos & Roussel, 2000

Poitiers Fayol 2019

Plusieurs activités

- Chercher des entités dissimulées dans des boîtes opaques (non verbal) ; comparer des ensembles hétérogènes (non verbal) ;
- Trouver le résultat d'ajouts ou de retraits (non verbal) ; puis verbal ;
- Déterminer si la CTàT permet de savoir combien sans compter (il y a autant de n que de m et il y a n , combien de m ?), verbal ;
- Passage du non verbal au verbal: grand problème ;

Mémoire et transformations (non verbales)

On place 1 jeton (ou plus) dans une boîte opaque. On ajoute (ou on retire) 2, 3, 4 jetons **sans que l'enfant puisse voir le résultat**. On demande à l'enfant de produire lui-même le résultat avec ses propres jetons.



Mettre ensuite (plus tard) ou non en relation avec les symboles ($1 + 4 = 5$);
étudier les stratégies;

Les tout-débuts

	Boîte réelle fermée	Boîte évoquée	Présentation formelle
Petits nombres < 3	83%	56%	15%
Grands nombres > 3	28%	20%	6%

Jusque vers 5 ans 1/2, réussite lorsque les quantités sont petites et associables à des représentations spatio-temporelles (évocation en mémoire). Aller **progressivement de quantités manipulées à des quantités évoquées puis à des symboles** ; des petites aux plus grandes quantités ;

Ajouter ou retirer (max de 2 à 5)

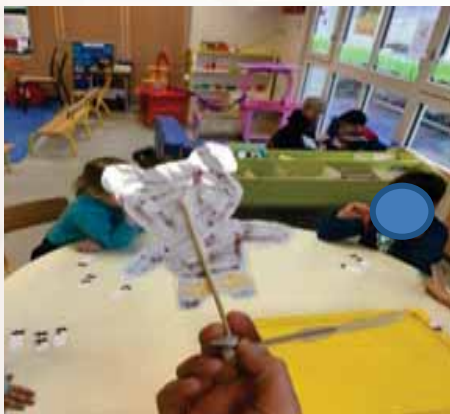
Présentation verbale

Âge	Tâche	numérosité			
		2	3	4	5
36	Addition	.86	.54	.33	.07
	Soustraction	1.00	.71	.38	.07
42	Addition	.88	.66	.25	.19
	Soustraction	1.00	.72	.40	.06
48	Addition	.81	.66	.19	.19
	Soustraction	1.00	.78	.42	.19

Très faibles performances au-delà de trois: résolution par évocation. Peu d'utilisation des doigts ou autres dispositifs.

Exemple transformations

- Les ours vont se promener en forêt. Au départ il y a deux ours (cachés sous la caisse jaune), un arrive, puis un repart, deux arrivent ou deux repartent. Montre moi combien d'ours il y a dans la forêt.



Puis



Conclusion Cycle 1

Poitiers Fayol 2019

Quelques objectifs

- Inutile d'aller vite et loin : assurer la **consolidation** des bases ; Activités quotidiennes et brèves ;
- **Dénombrer sans erreur jusqu'à 10 ou 12 ; composer et décomposer** toutes les quantités jusqu'à 10 ou 12 ;
- Traiter des **situations problèmes non verbales PUIS verbales** : perceptivement présentes ; évocables ; éviter les symboles seuls ; passage aux chiffres arabes ;
- **Ne pas surestimer les capacités** ; donner confiance : bienveillance mais exigence ; prévenir l'anxiété ;



Merci pour votre attention

Michel.fayol@uca.fr